



گزینه ۱

۱

طول مسیر AB را ℓ_{AB} و طول مسیر BC را ℓ_{BC} در نظر می‌گیریم. در این صورت مدت زمان طی کردن هر قسمت برابر است با:

$$\Delta t = \frac{\ell}{s_{av}} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_{AB} = \frac{\ell_{AB}}{(36 \div 3/6) \text{ m/s}} = \frac{\ell_{AB}}{10} \\ \Delta t_{BC} = \frac{\ell_{BC}}{(108 \div 3/6) \text{ m/s}} = \frac{\ell_{BC}}{30} \end{cases}$$

رابطهٔ تندی متوسط را برای کل مسیر می‌نویسیم:

$$s_{av} = \frac{\ell_{AB} + \ell_{BC}}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC}} = \frac{\ell_{AB} + \ell_{BC}}{\frac{\ell_{AB}}{10} + \frac{\ell_{BC}}{30}} = \frac{30\ell_{AB} + 30\ell_{BC}}{3\ell_{AB} + \ell_{BC}}$$

$$\frac{s_{av} = (54 \text{ km/h} \div 3/6) \text{ m/s}}{15} = \frac{30\ell_{AB} + 30\ell_{BC}}{3\ell_{AB} + \ell_{BC}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2\ell_{AB} + 2\ell_{BC}}{3\ell_{AB} + \ell_{BC}} \Rightarrow \ell_{AB} = \ell_{BC} \Rightarrow \frac{\ell_{AB}}{\ell_{BC}} = 1$$

گزینه ۴

۲

متحرک در بازهٔ $(12 \text{ s}, 20 \text{ s})$ به صورت تندشونده در خلاف جهت محور در حال حرکت است. با استفاده از شتاب متوسط، سرعت متحرک در $t = 8 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم. توجه کنید در این بازه، شتاب منفی است:

$$a_{av}(8 \text{ s}, 12 \text{ s}) = a_{av}(12 \text{ s}, 20 \text{ s}) \Rightarrow \frac{v_{12 \text{ s}} - v_{8 \text{ s}}}{12 - 8} = -3 \Rightarrow \frac{0 - v_{8 \text{ s}}}{4} = -3 \Rightarrow v_{8 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$$

شتاب متحرک در بازهٔ $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av}(2 \text{ s}, 8 \text{ s}) = \frac{v_{8 \text{ s}} - v_{2 \text{ s}}}{8 - 2} = \frac{12 - 0}{8 - 2} = 2 \text{ m/s}^2$$

چون شیب نمودار در بازهٔ $(0, 8 \text{ s})$ ثابت است، شتاب متوسط در بازهٔ $(2 \text{ s}, 6 \text{ s})$ با شتاب متوسط در بازهٔ $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$ برابر است، پس:

$$a_{av}(2 \text{ s}, 6 \text{ s}) = a_{av}(2 \text{ s}, 8 \text{ s}) \Rightarrow \frac{v_{6 \text{ s}} - 0}{6 - 2} = 2 \Rightarrow v_{6 \text{ s}} = 8 \text{ m/s}$$

گام اول: متحرک با سرعت ثابت v مسیر مستقیم را طی می‌کند، بنابراین معادله مکان-زمان آن به صورت زیر است:

$$x = vt$$

اکنون با فرض اینکه متحرک، مسیر ۶۰ متری را در مدت t_1 بپیماید، داریم:

$$۶۰ = vt_1 \quad (I)$$

گام دوم: اگر متحرک ۵ m/s به سرعت خود بیفزاید، مسیر موردنظر را ۲ ثانیه زودتر به پایان می‌رساند، پس:

$$۶۰ = (v + ۵)(t_1 - ۲) \quad (II)$$

گام سوم: سمت چپ رابطه‌های (I) و (II) با یکدیگر مساوی است؛ بنابراین سمت راست آن‌ها نیز با یکدیگر مساوی است:

$$vt_1 = (v + ۵)(t_1 - ۲) \Rightarrow \cancel{vt_1} = \cancel{vt_1} - 2v + 5t_1 - 10 \\ \Rightarrow 2v = 5t_1 - 10 \Rightarrow v = 5t_1/2 - ۵ \quad (III)$$

گام چهارم: اکنون کافی است تا v از رابطه (III) را در رابطه (I) قرار بدهیم و مقادیر v و t_1 را به دست آوریم:

$$(I) : ۶۰ = vt_1 \xrightarrow{(III)} ۶۰ = (5t_1/2 - ۵)t_1 \Rightarrow ۶۰ = 5t_1^2/2 - 5t_1 \\ \Rightarrow t_1^2 - 2t_1 - ۲۴ = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۶s \\ t_1 = -۴s \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$۶۰ = vt_1 \Rightarrow ۶۰ = v \times ۶ \Rightarrow v = ۱۰ \text{ m/s}$$

بنابراین معادله مکان-زمان متحرک به صورت زیر خواهد شد و با استفاده از آن می‌توان مسافتی که متحرک در مدت $۴s$ می‌پیماید را به دست آورد.

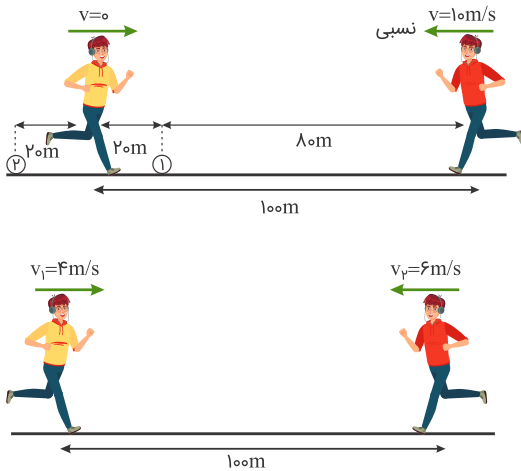
$$x = vt \Rightarrow x = ۱۰t$$

$$x_۴ = ۱۰ \times ۴ = ۴۰ \text{ m}$$

و در پایان خواسته سوال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x_۴}{x_{\text{کل}}} = \frac{۴۰}{۶۰} = \frac{۲}{۳}$$

در این حالت سرعت نسبی دو متحرک برابر با 10 m/s می‌شود. در استفاده از سرعت نسبی، آن را به یکی از متحرک‌ها نسبت می‌دهیم و سرعت متحرک دیگر را صفر در نظر می‌گیریم. شخص متحرک (باتوجه به شکل زیر) در دو نقطه در فاصله 20 m از شخص دیگر قرار می‌گیرد:



$$10 < \Delta x < 120 \Rightarrow \frac{10}{10} < \frac{\Delta x}{v} < \frac{120}{10} \Rightarrow 1 < t < 12$$

حرکت دو خودرو با سرعت ثابت انجام شده است و سرعت حرکت خودروی A از B بیشتر است؛ یعنی در بازه‌های زمانی یکسان خودروی A جابه‌جایی بیشتری از خودروی B دارد. (باید توجه داشت که فاصله بین دو نقطه برای هر خودرو باید تا لحظه نشان داده شده مقدار ثابتی باشد)

شیب خط مماس قابل رسم در نمودار در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر با صفر است؛ پس $v_4 = 0$:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow (-1 - 1) = \frac{1}{2}a(4)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

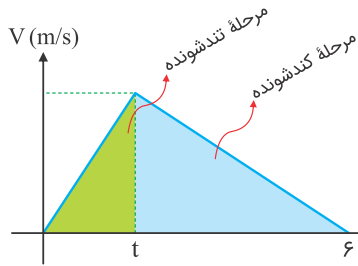
برای به دست آوردن سرعت اولیه:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}(4) + v_0 \Rightarrow v_0 = 2 \text{ m/s}$$

در نهایت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}at^2 + v_0t}{t} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow v_{av} = -\frac{t}{4} + 2$$

کل مسافت طی شده ۳۰m است. بنابراین مساحت کل زیر نمودار نیز باید ۳۰m باشد.



$$\frac{v \times 6}{2} = 30 \Rightarrow v = 10$$

مسافت طی شده در مرحلهٔ اول (تندشونده) را x در نظر می‌گیریم پس مسافت طی شده $۲x$ است. در مرحلهٔ دوم (کندشونده) است.

$$x + 2x = 30 \Rightarrow x = 10\text{m}$$

مساحت زیر نمودار در مرحلهٔ اول باید ۱۰m باشد.

$$\frac{v \times t}{2} = 10 \Rightarrow \frac{10 \times t}{2} = 10 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

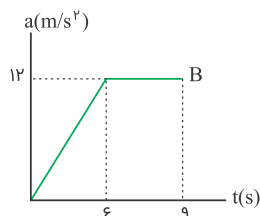
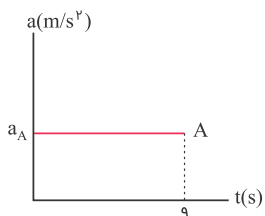
شتاب مرحلهٔ اول، برابر با شیب خط است.

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

باتوجه به صورت سؤال، این دو متحرک در ۹s ابتدای حرکت، دارای سرعت اولیه و سرعت ثانویهٔ یکسان هستند.

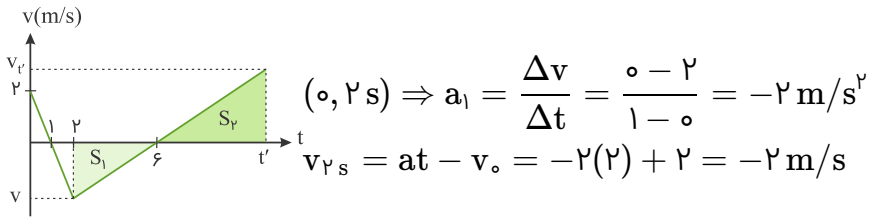
$$۹\text{s در } \left\{ \begin{array}{l} v_{0A} = v_{0B} = 0 \\ v_A = v_B \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta v_A = \Delta v_B$$

این بدان معنا است که سطح زیر نمودار $(a - t)$ برای هر دو متحرک یکسان بوده است.



$$\left. \begin{array}{l} \Delta v_A = 9a_A \\ \Delta v_B = \frac{(3+9)12}{2} = 72 \end{array} \right\} \Rightarrow 9a_A = 72 \Rightarrow a_A = 8 \text{ m/s}^2$$

بردار مکان متحرک در لحظه‌ای که متحرک از $x = 0$ عبور می‌کند، تغییر جهت می‌دهد. بنابراین به دنبال لحظه‌ای هستیم که متحرک از $x = 0$ عبور کند. پس جابه‌جایی متحرک از $t_1 = 2$ s تا این لحظه باید $\Delta x = +12$ m باشد. این لحظه نمی‌تواند قبل از $t = 2$ s باشد (چرا؟). اگر لحظه t' را در نمودار سرعت زمان در نظر بگیریم از $t = 2$ s تا t' ، باید مجموع مساحت‌های زیر نمودار برابر $+12$ m شود. پس:



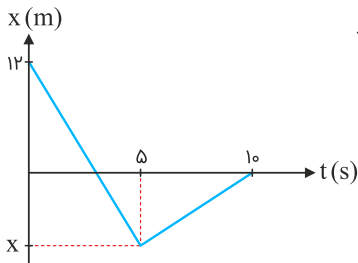
طبق تشابه دو مثلث هاشورخورده، $v_{t'}$ برابر است با:

$$\frac{v_{t'}}{|v|} = \frac{t' - 6}{6 - 2} \Rightarrow \frac{v_{t'}}{2} = \frac{t' - 6}{4} \Rightarrow v_{t'} = \frac{1}{2}(t' - 6)$$

$$\Delta x = -S_1 + S_v = 12 \Rightarrow \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{\frac{1}{2}(t' - 6)(t' - 6)}{2} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(t' - 6)^2 = 16 \Rightarrow (t' - 6) = 8 \Rightarrow t' = 14 \text{ s}$$

مکان متحرک در $t = 5$ s را x در نظر می‌گیریم. باتوجه به نمودار مسافت و جابه‌جایی متحرک در ۱۰ ثانیه نخست برابر است با:



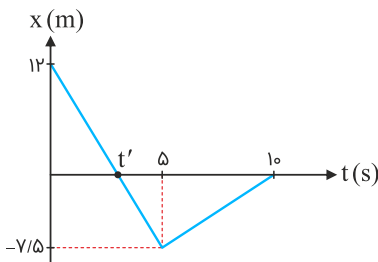
$$l = 12 + 2|x| \text{ m}$$

$$|\Delta x| = 12 \text{ m}$$

باتوجه به این که تندی متوسط، $1/5 \text{ m/s}$ بیشتر از اندازه سرعت متوسط است، پس:

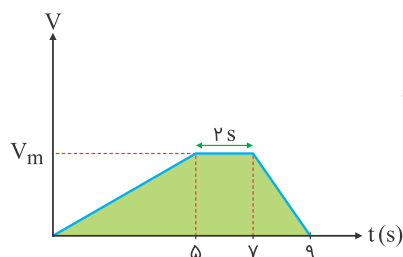
$$S_{av} = |v_{av}| = 1/5 \Rightarrow \frac{12 + 2|x|}{10} - \frac{12}{10} = 1/5 \Rightarrow |x| = 7/5 \text{ m}$$

بردار مکان در لحظه t' تغییر جهت داده است. باتوجه به نمودار، t' برابر است با:



$$\frac{-7/5 - 12}{5 - 0} = \frac{0 - 12}{t' - 0} \Rightarrow t' = \frac{40}{13} \text{ s}$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط، جابه‌جایی آن را محاسبه می‌کنیم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av} \times \Delta t = 11 \times 9 = 99 \text{ m}$$

همچنین می‌دانیم مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با جابه‌جایی جسم است، در نتیجه می‌توان نوشت:

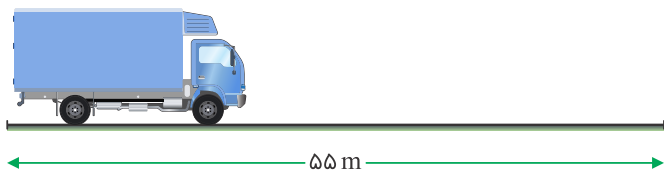
$$\Delta x = S = v_m \left(\frac{9 + 5}{2} \right) \xrightarrow{\Delta x = 99 \text{ m}} 99 = v_m \times \frac{14}{2} \Rightarrow v_m = 14 \text{ m/s}$$

از روی نمودار $a - t$ ، بدون در دست داشتن سرعت اولیه نمی‌توان راجع به جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط اظهار نظر کرد. (رد گزینه ۱ و ۳)

توجه شود اگر نمودار مورد نظر نمودار $v - t$ باشد، با توجه به خطی بودن آن برای هر سه متحرک، شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط باهم برابر است و شیب هر خط در این نمودار، شتاب را مشخص می‌کند. پس $\overline{a_3} < \overline{a_2} < \overline{a_1}$ است. (رد گزینه ۲)
از همین خطی بودن نمودار $v - t$ نیز می‌توان نتیجه گرفت سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدا و انتهای بازه حرکت است و در این صورت می‌توان دید:

$$\overline{v_3} > \overline{v_2} = \overline{v_1}$$

وقتی گفته می‌شود اندازه شتاب $\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}$ است یعنی شتاب می‌تواند $a = +\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}$ یا $a = -\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}$ باشد.



متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که معادله v تغییر علامت دهد. در فیزیک ما همگی معادلات را در t های مثبت بررسی می‌کنیم.
حالت اول:

$$\Delta x = 55 \text{ m}, \Delta t = 5 \text{ s}, a = +\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}, v_? = ?$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_? \Delta t$$

$$\Rightarrow 55 = -\frac{1}{2}(2)(25) + v_?(5) \Rightarrow v_? = 16 \text{ m/s}$$

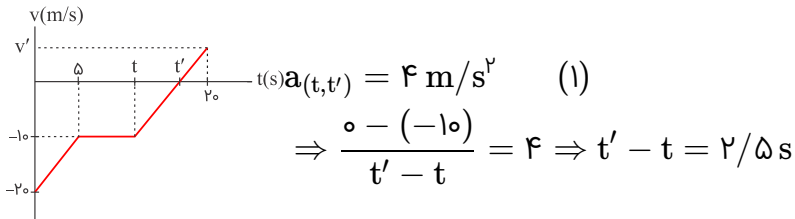
حالت دوم:

$$\Delta x = 55 \text{ m}, \Delta t = 5 \text{ s}, a = -\frac{2}{s^2} \frac{m}{s^2}, v_? = ?$$

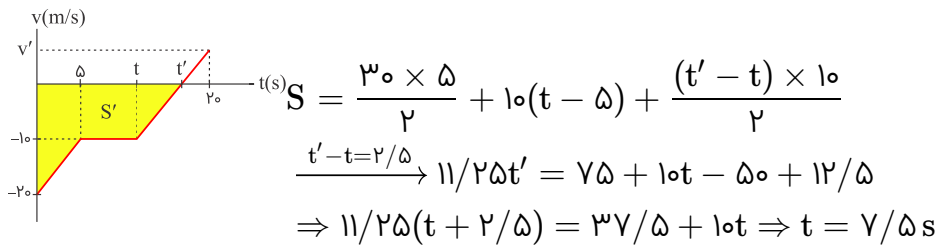
$$\Delta x = -\frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_? \Delta t$$

$$\Rightarrow 55 = -\frac{1}{2}(-2)(25) + v_?(5) \Rightarrow v_? = 6 \text{ m/s}$$

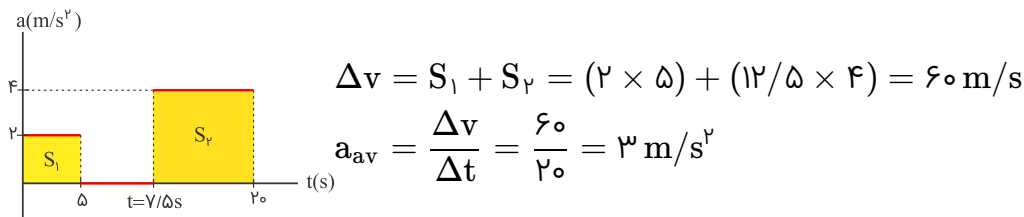
ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. باتوجه به مقادیر شتاب $t' - t$ برابر است با:



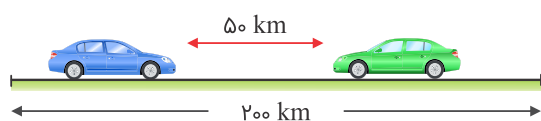
باتوجه به نمودار، متحرک در بازه $(0, t')$ در خلاف جهت محور حرکت کرده است. طبق صورت تست، سرعت متوسط در این بازه $-11/25 \text{ m/s}$ است. پس مساحت سطح زیر نمودار که همان جابه‌جایی متحرک است برابر $|\Delta x| = |v \Delta t| = |11/25 \times t'|$ است. بنابراین:



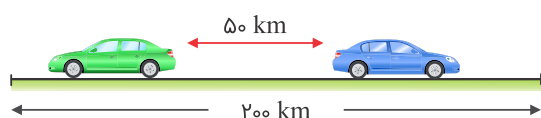
با مشخص شدن t ، مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان که برابر با تغییرات سرعت است به دست می‌آید و شتاب متوسط نیز از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، به دست می‌آید.



فاصله دو اتومبیل در دو حالت به 50 km می‌رسد.
یک بار قبل از اینکه به هم برسند.



یک بار پس از عبور از کنار هم.

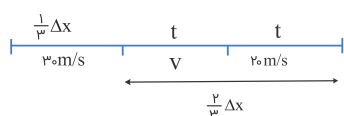


در حالت اول اتومبیل‌ها مجموعاً 150 km حرکت می‌کنند.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\Delta v_{\text{نسبی}}} = \frac{150}{50} = 3\text{h}$$

در حالت دوم اتومبیل‌ها مجموعاً 250 km حرکت می‌کنند.

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\Delta v_{\text{نسبی}}} = \frac{250}{50} = 5\text{h}$$



ابتدا سرعت متوسط در دو قسمت آخر حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v_{av_1} = \frac{vt + v_0t}{t + t} = \frac{v_0 + v}{2}$$

سرعت متوسط کل برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\frac{1}{3}\Delta x + \frac{2}{3}\Delta x}{\frac{1}{3}\frac{\Delta x}{v_0} + \frac{2}{3}\frac{\Delta x}{v_0 + v}} = 18 \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$$

$$v = t^3 - 4t^2 + 4t = t(t^2 - 4t + 4) = t(t - 2)^2$$

متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که معادله v تغییر علامت دهد. در فیزیک ما همه‌ی معادلات را در t های مثبت بررسی می‌کنیم. این معادله در t های مثبت همیشه مثبت است. پس متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین مسافت طی‌شده آن با اندازه جابه‌جایی برابر است. اگر متحرک تغییر جهت ندهد بردار سرعت آن هم تغییر جهت نمی‌دهد.

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 0 \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0}{2} = 0$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow v_2 = 0$$

در دو ثانیه دوم (۲، ۴) اندازه سرعت زیاد می‌شود پس حرکت تندشونده است.

چون متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، v همواره مثبت است. اگر صورت تست حرفی از جهت حرکت متحرک به میان نمی‌آورد، گزینه "۴" درست می‌شد.

بحث سرعت و جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت است و خبری از زمان هم نیست؛ بنابراین بهترین راه، استفاده از فرمول مستقل از زمان می‌باشد. این فرمول را یک بار برای ابتدای مسیر تا وسط آن و یک بار هم برای کل مسیر می‌نویسیم، در نتیجه خواهیم داشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \begin{cases} \xrightarrow[\Delta x = \frac{\ell}{2}]{\text{نیمه اول مسیر}} v_2^2 - v_0^2 = 2a\left(\frac{\ell}{2}\right) \xrightarrow{v_0=0} v_2^2 = a\ell \\ \xrightarrow[\Delta x = \frac{\ell}{2}]{\text{کل مسیر}} v_2^2 - v_0^2 = 2a\ell \xrightarrow{v_0=0} v_2^2 = 2a\ell \end{cases}$$

با تقسیم دو رابطه به دست آمده بر هم خواهیم داشت:

$$\frac{v_2^2}{v_0^2} = \frac{2a\ell}{a\ell} = 2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_2}{v} = \sqrt{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}v$$

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط در کل بازه زمانی حرکت، همان نسبت مسافت به جابه‌جایی است.

$$\Delta x = x_{\text{آخر}} - x_{\text{اول}} = 0 - 6 = 6$$

$$\text{مسافت} = |\Delta x_{0-3t}| + |\Delta x_{3t-4t}| = |-3 - 6| + |0 - (-3)| = 9 + 3 = 12$$

$$\text{پس پاسخ } -2 = \frac{12}{-6} \text{ خواهد بود.}$$

تندی متوسط نسبت مسافت به مدت زمان طی کردن آن و سرعت متوسط نسبت جابه جایی به مدت زمان طی کردن آن است؛ بنابراین نسبت تندی متوسط به بزرگی سرعت متوسط در یک حرکت برابر نسبت مسافت به اندازه جابه جایی است.

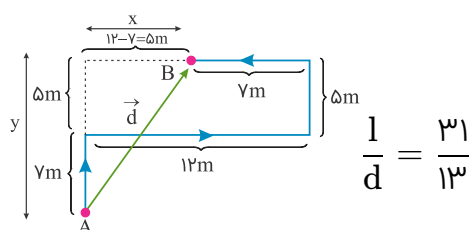
$$\frac{S_{av}}{|\vec{v}_{av}|} = \frac{1}{|\vec{d}|}$$

مسافت طی شده برابر با طول مسیر است، پس:

$$l = 7 + 12 + 5 + 7 = 31 \text{ m}$$

و جابه جایی برداری است که مکان شروع را به مکان پایان متصل می کند و اندازه جابه جایی باتوجه به شکل زیر برابر است با:

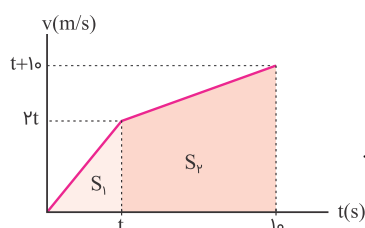
$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ m}$$



بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{1}{d} = \frac{31}{13}$$

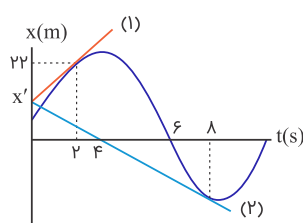
اگر فرض کنیم t مدت زمان حرکت متحرک با شتاب ثابت $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ باشد، $10 - t$ مدت زمان حرکت متحرک با شتاب $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$ است. نمودار سرعت - زمان متحرک در این مسیر به صورت زیر است:



$$S_1 + S_2 = 82 \Rightarrow t^2 + \frac{(3t + 10)(10 - t)}{2} = 82 \Rightarrow -t^2 + 20t - 64 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

باتوجه به نمودار سرعت متحرک در لحظه $t = 10 \text{ s}$ که به مکان B می رسد برابر $v = 10 + t = 14 \text{ m/s}$ است.

تندی متحرک در $t = 8 \text{ s}$ برابر اندازه شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است؛ بنابراین شیب خط مماس در این لحظه برابر -4 واحد است. باتوجه به شیب خط، x' را به دست می آوریم:

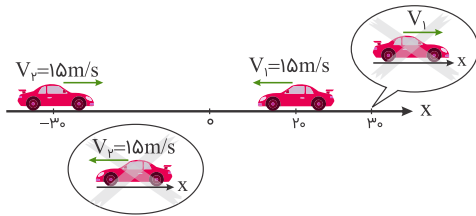


$$\text{شیب خط مماس (۲)} = \frac{0 - x'}{4 - 0} \Rightarrow -4 = \frac{-x'}{4} \Rightarrow x' = 16 \text{ m}$$

سرعت متحرک در $t = 2 \text{ s}$ برابر شیب خط مماس بر نمودار یعنی خط (۱) است؛ بنابراین:

$$\text{شیب خط (۱)} v_{2s} = \frac{22 - x'}{2 - 0} = \frac{22 - 16}{2} = 3 \text{ m/s}$$

اول بفهمیم اتومبیل چگونه حرکت کرده است. اتومبیل در لحظه t_1 در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند (چون سرعتش به سمت مبدأ مکان است) و درحالی‌که در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، برای اولین بار از مکان $x = -30 \text{ m}$ رد می‌شود (در این لحظه سرعتش رو به مبدأ نیست). بالاخره در مکان‌های منفی تغییر جهت می‌دهد و در لحظه t_2 برای دومین بار درحالی‌که بردار سرعت آن رو به مبدأ است، از مکان $x_2 = -30 \text{ m}$ عبور می‌کند (دقت کنید اتومبیل در حالی از مکان $x = +30 \text{ m}$ عبور می‌کند که سرعت آن به سمت مبدأ نیست). در شکل زیر، موقعیت اتومبیل را (و موقعیت‌های نادرست آن) را نشان داده شده است بر اساس این صحبت‌ها، داریم:



$$\Delta x = \left(\frac{v_r + v_l}{2} \right) \Delta t \Rightarrow -30 - 30 = \left(\frac{15 - 15}{2} \right) \times \Delta t \Rightarrow -60 = -15 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

اولین بار وقتی فاصله 64 m است که کامیون جلوتر و در حال دور شدن از خودرو است، لحظه بعدی کامیون جلوتر است ولی خودرو در حال نزدیک شدن به کامیون است. لحظه سوم بعد از سبقت خودرو است که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد و در حال دور شدن از کامیون است، پس داریم:

$$\begin{cases} \text{خودرو: } x_1 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \\ \text{کامیون: } x_2 = v_2 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 + 0 = t^2 \\ x_2 = 20t + 0 = 20t \end{cases}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 64 \Rightarrow 20t - t^2 = 64$$

$$\Rightarrow t^2 - 20t + 64 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4 \text{ s} \\ t_2 = 16 \text{ s} \end{cases}$$

$$\Delta x = x_1 - x_2 = 64 \Rightarrow t^2 - 20t = 64$$

$$\Rightarrow t^2 - 20t - 64 = 0 \Rightarrow t = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 4 \times 64}}{2} = \frac{20 \pm 28}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_3 = 24 \text{ s} \\ t_4 = -4 \text{ s} \end{cases}$$

سرعت جریان آب : v_2 , سرعت قایقران نسبت به زمین : v_1

$$d = (v_1 + v_2) \times t_1 \xrightarrow{t_1 = 10 \text{ s}} v_1 + v_2 = \frac{d}{10} \quad (a)$$

$$d = (v_1 - v_2) \times t_2 \xrightarrow{t_2 = 50 \text{ s}} v_1 - v_2 = \frac{d}{50} \quad (b)$$

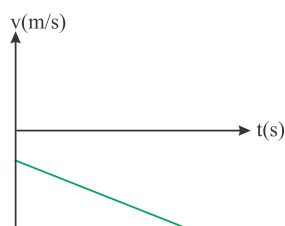
$$(a) - (b) \Rightarrow 2v_2 = \frac{d}{10} - \frac{d}{50} = \frac{4d}{50} \Rightarrow v_2 = \frac{d}{25}$$

$$d = v_2 \times t \Rightarrow d = \frac{d}{25} \times t \Rightarrow t = 25 \text{ s}$$

بازه	۰-۳	۳-۶	۶-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۲	۱۲-۱۳
x	+	+	-	-	-	-	+
v	+	-	-	۰	-	+	+
a	-	-	-	۰	+	+	+

بنابراین باتوجه به جدول، مشاهده می شود در بازه های زمانی (۰-۳)، (۳-۶)، (۶-۷) و (۷-۹) و (۱۱-۱۲) و (۱۲-۱۳) ثانیه، حاصل ضرب شتاب در سرعت در مکان مثبت است، یعنی به مدت $1 + 2 + 3 = 6$ ثانیه.

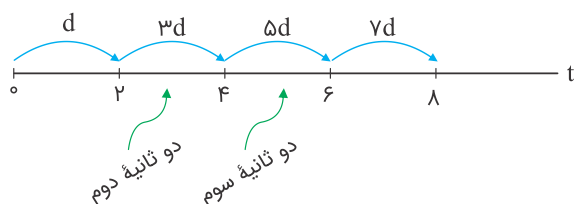
باتوجه به نمودار و معادله سرعت- زمان این متحرک و مکان اولیه آن که $x_0 = -10 \text{ m}$ است:



$$v = -2t - 4$$

درمی یابیم این متحرک همواره در خلاف جهت محور x ها در حرکت بوده است؛ پس کمترین فاصله آن از مبدأ مکان در $t = 0$ رخ می دهد که سرعت در این لحظه برابر با -4 m/s است.

متحرک از حال سکون و با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت می‌کند پس در بازه‌های زمانی هم اندازه مسافت‌های طی‌شده تشکیل یک تصاعد حسابی به صورت $d, ۳d, ۵d, \dots$ می‌دهند.



$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(-۲\sqrt{۳}\vec{i} - ۲\vec{j}) - ۴\vec{j}}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{-۲\sqrt{۳}\vec{i} - ۶\vec{j}}{\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = -۲\vec{i} - ۲\sqrt{۳}\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = \sqrt{۴ + ۱۲} = ۴ \text{ m/s}^۲$$